

Care ragazze e cari ragazzi
che il prossimo anno inizierete il vostro percorso al Giotto Ulivi,

in attesa di conoscervi abbiamo scelto per voi una serie di esercizi che potete provare per tenervi in allenamento, per fare un ripasso di quanto svolto durante gli anni di scuola secondaria di primo grado e per mettervi alla prova sui prerequisiti. Il calcolo numerico, di numeri naturali, interi relativi, frazionari, decimali è infatti un prerequisito indispensabile per affrontare bene l'inizio del percorso di scuola superiore.

Abbiamo selezionato solo argomenti di calcolo numerico, non perchè siano i soli aspetti fondamentali in uscita dalla classe terza della scuola secondaria di primo grado, ma perchè senza questi strumenti sarebbe molto difficile un percorso efficace di evoluzione nella matematica. I primi giorni di scuola saranno proprio testate queste competenze iniziali.

A presto, dunque!

Le docenti e i docenti di Matematica del Giotto Ulivi

Gli esercizi proposti sono estrapolati dai seguenti siti che mettono a disposizione risorse gratuite:

<https://www.matematica.ch/materiali/index.php> <https://www.matematicaoggi.it/esercizi-sui-numeri-relativi/>

1. Numeri naturali: addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione, potenze, proprietà delle potenze, semplificazione di espressioni, multipli e divisori, minimo comune multiplo e massimo comune divisore.

Espressioni con numeri naturali

$$[(72:8):(250:25 - 31:31)] + \{[80:(10 - 2 \cdot 4) + (87 - 7)]:30\} = \quad [5]$$

$$\{85: [(216:8 - 10) - (81:27 - 3)] \cdot 2\} - [(88 - 9 \cdot 9) - (98:49)] \cdot 2 = \quad [0]$$

$$\{[(48 - 8 \cdot 5 + 29) + 3]:20 + 12\} \cdot (35 - 11 \cdot 3): [10 - (216:6):6 - 4] = \quad [\text{imp.}]$$

$$[441:21 - (87 - 85) \cdot 7] + \{136:8 - [(38:2 - 126:18) + (21 - 20:1) \cdot 5]\} = \quad [7]$$

Proprietà delle potenze

Prima proprietà: prodotto di potenze con la stessa base

$10^2 \cdot 10^4 =$

$25^3 \cdot 25^1 =$

$60^6 \cdot 60^7 =$

$11^0 \cdot 11^1 =$

$30^3 \cdot 30^9 =$

$68^8 \cdot 68^{12} =$

$14^4 \cdot 14^6 =$

$41^6 \cdot 41^{12} =$

$70^7 \cdot 70^0 =$

$12^3 \cdot 12^5 =$

$50^7 \cdot 50 =$

$86 \cdot 86^4 =$

$16^6 \cdot 16^8 =$

$54^6 \cdot 54^4 =$

$92^9 \cdot 92^{13} =$

 $3^4 \cdot 3^3 \cdot 3^6 =$

$7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^3 =$

$5^3 \cdot 5^7 \cdot 5^{10} =$

$2^4 \cdot 2^1 \cdot 2^2 =$

$6^3 \cdot 6^3 \cdot 6^9 =$

$4^2 \cdot 4^0 \cdot 4^3 =$

$7^6 \cdot 7^3 \cdot 7^4 =$

$8^2 \cdot 8^4 \cdot 8^6 =$

$2^0 \cdot 2^4 \cdot 2^0 =$

$0^6 \cdot 0^{10} \cdot 0^2 =$

$9^3 \cdot 9^3 \cdot 9^1 =$

$8^2 \cdot 8^1 \cdot 8 =$

$9 \cdot 9^9 \cdot 9^0 =$

$1^2 \cdot 1^4 \cdot 1^9 =$

$6^9 \cdot 6^8 \cdot 6^{11} =$

Seconda proprietà: quoziente di potenze con la stessa base

$2^4:2^2 =$

$5^8:5^6 =$

$0^2:0^0 =$

$3^5:3^3 =$

$6^{15}:6^7 =$

$4^{18}:4^{12} =$

$4^4:4^2 =$

$7^{12}:7^5 =$

$6^{19}:6^{10} =$

$2^5:2^0 =$

$1^9:1^9 =$

$1^3:1 =$

$8^{14}:8^7 =$

$9^{16}:9^6 =$

$8^5:8^2 =$

 $12^6:12^4 =$

$40^3:40^1 =$

$70^{16}:70^7 =$

$15^{10}:15^1 =$

$45^{13}:45^9 =$

$78^{18}:78^{12} =$

$18^{14}:18^6 =$

$50^{16}:50^{12} =$

$80^7:80^0 =$

$21^{13}:21^5 =$

$60^7:60 =$

$86^{14}:86^{14} =$

$36^{16}:36^8 =$

$67^6:67^4 =$

$99^{99}:99^{98} =$

Terza proprietà: potenza di potenza

$(3^8)^{12} =$

$(2^{14})^{10} =$

$(9^{30})^{20} =$

$(4^7)^{10} =$

$(5^{15})^{12} =$

$(3^{42})^{21} =$

$(6^4)^{15} =$

$(6^{12})^{30} =$

$(5^{59})^{33} =$

$(9^7)^{12} =$

$(2^{19})^{12} =$

$(0^{79})^{80} =$

$(8^5)^{20} =$

$(8^{16})^{18} =$

$(7^{85})^{91} =$

 $[(2^3)^1]^2 =$

$[(7^3)^2]^1 =$

$[(2^{10})^3]^1 =$

$[(3^4)^3]^2 =$

$[(4^0)^0]^0 =$

$[(4^{12})^{10}]^3 =$

$[(5^5)^2]^3 =$

$[(6^4)^2]^3 =$

$[(5^5)^{13}]^{11} =$

$[(1^4)^3]^0 =$

$[(2^9)^2]^2 =$

$[(8^9)^{10}]^{15} =$

$[(8^1)^1]^1 =$

$[(0^9)^7]^2 =$

$[(1^{12})^{20}]^{17} =$

Quarta proprietà: prodotto di potenze con lo stesso esponente

$$3^4 \cdot 1^4 =$$

$$2^6 \cdot 4^6 =$$

$$9^2 \cdot 2^2 =$$

$$5^2 \cdot 2^2 =$$

$$5^5 \cdot 0^5 =$$

$$3^8 \cdot 7^8 =$$

$$6^3 \cdot 3^3 =$$

$$6^2 \cdot 9^2 =$$

$$5^{10} \cdot 4^{10} =$$

$$1^5 \cdot 7^5 =$$

$$2^9 \cdot 6^9 =$$

$$0^3 \cdot 8^3 =$$

$$9^4 \cdot 7^4 =$$

$$8^1 \cdot 5^1 =$$

$$7^5 \cdot 8^5 =$$

$$4^3 \cdot 12^3 =$$

$$52^2 \cdot 1^2 =$$

$$0^{11} \cdot 79^{11} =$$

$$20^7 \cdot 8^7 =$$

$$55^9 \cdot 5^9 =$$

$$8^{15} \cdot 80^{15} =$$

$$25^6 \cdot 3^6 =$$

$$2^0 \cdot 63^0 =$$

$$99^{17} \cdot 9^{17} =$$

$$5^4 \cdot 40^4 =$$

$$6^{10} \cdot 81^{10} =$$

$$3 \cdot 105^1 =$$

$$38^1 \cdot 9^1 =$$

$$90^5 \cdot 7^5 =$$

$$120^{20} \cdot 1^{20} =$$

$$10^2 \cdot 22^2 =$$

$$25^3 \cdot 40^3 =$$

$$60^6 \cdot 75^6 =$$

$$23^1 \cdot 11^1 =$$

$$50^8 \cdot 35^8 =$$

$$74^0 \cdot 82^0 =$$

Quinta proprietà: quoziente di potenze con lo stesso esponente

$4^4 : 2^4 =$

$9^8 : 3^8 =$

$3^2 : 0^2 =$

$6^5 : 3^5 =$

$6^6 : 1^6 =$

$4^1 : 1^1 =$

$8^2 : 4^2 =$

$7^3 : 1^3 =$

$0^8 : 6^8 =$

$6^0 : 2^0 =$

$5^9 : 1^9 =$

$8^1 : 2 =$

$8^1 : 2^1 =$

$0^{10} : 2^{10} =$

$9^5 : 1^5 =$

 $12^4 : 6^4 =$

$40^2 : 8^2 =$

$88^7 : 4^7 =$

$25^1 : 5^1 =$

$55^9 : 5^9 =$

$81^{12} : 9^{12} =$

$18^6 : 6^6 =$

$63^{12} : 9^{12} =$

$90^0 : 9^0 =$

$21^5 : 7^5 =$

$69^1 : 3 =$

$95^{14} : 1^{14} =$

$26^8 : 2^8 =$

$72^4 : 2^4 =$

$98^{20} : 0^{20} =$

Espressioni

$[10 + 6^4 : 6^2 - (13^3 : 13^3)^3] : 15 + 3^2 \cdot 1^2 =$ **[12]**

$25^1 : [(22^2 : 11^2 + 12) : 2^4] - [(9^3 : 3^3) : 3] =$ **[16]**

$[(10^4 \cdot 2^4)^5 : (2^5)^4 : 5^{20} : 2^{18}] + 2^2 \cdot 2^2 - 20^1 =$ **[0]**

$[(12^4 : 6^4)^2 \cdot 0^8] + [(5^6 : 5^4)^2 : 5^3 + 4^2 \cdot 2^2] : 3 =$ **[23]**

$5^2 + [(20^3 : 10^3 + 45^3 : 15^3)^2 : 7^2] : 5^1 + 5^1 - 1 =$ **[34]**

Scomposizione di numeri in fattori primi e calcolo mcm e MCD

Date queste coppie di numeri, scomponi in fattori e calcola mcm e MCD

305; 465

420; 510

445; 625

498; 748

500; 630

520; 820

560; 875

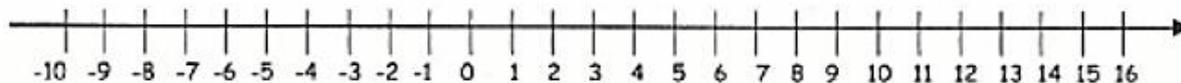
625; 900

710; 905

Puoi usare la seguente applicazione per controllare scomposizioni e mcm e MCD e capire bene il concetto

<https://www.matematica.ch/tools/lcmGCD/index.php>

2. Numeri relativi interi: addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione, potenze e proprietà, semplificazione di espressioni



Addizioni e sottrazioni

1. Calcola:

a) $(+50) + (-50) = \dots\dots$

b) $(+15) + (+8) = \dots\dots$

c) $(+14) + (-30) = \dots\dots$

d) $(+123) + (-24) = \dots\dots$

e) $0 + (-130) = \dots\dots$

f) $(+1000) + (-1) = \dots\dots$

a) Calcola

$(+5) - (-2) = \dots\dots$

$(+5) + (+2) = \dots\dots$

$(-3) - (+7) = \dots\dots$

$(-3) + (-7) = \dots\dots$

$(+22) - (+13) = \dots\dots$

$(+22) + (-13) = \dots\dots$

$(+41) - (-3) = \dots\dots$

$(+41) + (+3) = \dots\dots$

$(+5) - (+4) =$

$(+10) - (+12) =$

$(-23) - (+2) =$

$(+12) - (-2) =$

$(-2) - (-7) =$

$(-12) - (+12) =$

2. Espressioni in Z.

a) $(-13) + (+4) + (-9) =$

.....

.....

b) $[(+3) + (-6)] - [(+17) - (-8)] =$

.....

.....

c) $[(+9) - (-6)] + [(-4) + (+6)] =$

.....

.....

d) $[(+13) - (+17)] + (-8) =$

.....

.....

Espressioni

Ricorda:

Nelle espressioni in Z valgono le stesse regole per le precedenze viste in N.

- La potenza ha la precedenza sulla moltiplicazione e sulla divisione.
- La moltiplicazione e la divisione hanno la precedenza sull'addizione e sulla sottrazione.
- Un calcolo racchiuso tra una coppia di parentesi ha la precedenza su tutti gli altri. Se ci sono più coppie di parentesi, una dentro l'altra, si comincia a operare sulla coppia di parentesi più interna.

Un esempio:

$$\begin{aligned} & (+3) - (-4) \cdot (+2)^2 + [(+1) - (-8)] : (-3) = \\ & = (+3) - (-4) \cdot (+4) + (+9) : (-3) = \\ & = (+3) - (-16) + (-3) = +16 \end{aligned}$$

Calcola:

a) $\{[(+18) - (-17)] + [(-33) - (+12)]\} + (-1) =$

b) $(+3) + (-7) \cdot (+3) + (+2) \cdot [(+12 - (+6))] =$

c) $\{[(-2) - (+15)] - (-20)\} + [(-3) - (-2)] =$

d) $(-5) \cdot (-4) + (-32) : (-8) - (+15) \cdot (-3) + (-3) \cdot (-8)^2 =$

Calcola:

$3 - [4 - (3 \cdot 5 - 4 \cdot 5) \cdot 2] + (-4) =$	-15
$-4 + [3 - (2 \cdot 5 - 6 \cdot 3) \cdot 2] - (-4) =$	19
$(-6 + 4)^2 \cdot \{8 - (12 - 4) : [-8 - (-5 + 1)]\} =$	40
$(-15 + 5)^2 \cdot \{6 - (11 - 5) : [-7 - (-9 + 5)]\} =$	800
$-20^2 - 10 \cdot [4^2 \cdot (-2) - 3^3 : 9] =$	-50
$[-7 \cdot 5 + 15 \cdot 2^2]^2 : [15 + 4 \cdot (-5)]^2 =$	25
$\{-44 : [3^2 \cdot (-4)^2 - 2^2 \cdot 5^2]\} \cdot [2^3 : (-2)^3] =$	1
$-68 - [17^2 \cdot (-4)^2] : (-17 \cdot 4) + 5^3 \cdot (-2)^3 =$	-1000

3. Numeri razionali: addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione, potenze e proprietà, semplificazione di espressioni, numeri decimali e frazioni, percentuali

1. Quali delle seguenti frazioni sono maggiori di un intero?

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{6}{7} \quad \frac{11}{10} \quad \frac{44}{1} \quad \frac{98}{99}$$

Come si riconosce una frazione maggiore dell'intero (nella spiegazione usa correttamente i termini "numeratore" e "denominatore")?

.....
.....

2. Quali delle seguenti frazioni sono equivalenti a un mezzo?

$$\frac{2}{3} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{12}{6} \quad \frac{99}{199} \quad \frac{98}{196}$$

Come si riconosce una frazione equivalente a un mezzo (nella spiegazione usa correttamente i termini "numeratore" e "denominatore")?

.....
.....

3. Quali di queste frazioni sono maggiori di un mezzo?

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{11}{20} \quad \frac{100}{199} \quad \frac{3}{2}$$

Come si riconosce una frazione equivalente maggiore di un mezzo (nella spiegazione usa correttamente i termini "numeratore" e "denominatore")?

.....
.....

4. Quale delle seguenti frazioni sono equivalenti a tre interi?

$$\frac{8}{2} \quad \frac{9}{3} \quad \frac{5}{15} \quad \frac{300}{100} \quad \frac{99}{33} \quad \frac{21}{3}$$

5. Quali frazioni sono circa uguali a $\frac{1}{2}$?

$$\frac{10}{21} \quad \frac{41}{80} \quad \frac{36}{90} \quad \frac{48}{100} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{22}{10}$$

Esercizi sulla frazione di un numero

Calcola:

1. $i \frac{2}{3}$ di 15

2. $i \frac{3}{4}$ di 16

3. $i \frac{5}{3}$ di 9

4. $i \frac{3}{5}$ di 20

5. $i \frac{5}{2}$ di 8

6. $i \frac{2}{9}$ di 18

7. $i \frac{2}{7}$ di 14

8. $i \frac{4}{9}$ di 27

9. $i \frac{5}{7}$ di 28

10. $i \frac{9}{8}$ di 32

11. $i \frac{6}{11}$ di 33

12. $i \frac{9}{10}$ di 40

16. $i \frac{5}{12}$ di 36

17. $i \frac{4}{11}$ di 44

18. $i \frac{17}{2}$ di 8

19. $i \frac{16}{9}$ di 36

20. $i \frac{7}{19}$ di 38

21. $i \frac{5}{13}$ di 39

22. $i \frac{23}{3}$ di 18

23. $i \frac{41}{2}$ di 4

24. $i \frac{17}{5}$ di 15

25. $i \frac{12}{13}$ di 13

26. $i \frac{22}{7}$ di 49

27. $i \frac{17}{7}$ di 28

Frazioni equivalenti

Ricorda:

Se due frazioni corrispondono allo stesso numero razionale, si dicono **equivalenti**.

Fra loro si può scrivere il segno di uguaglianza.

Applicando frazioni equivalenti ad una stessa grandezza otteniamo la stessa parte.

Ad esempio, per le frazioni viste in un esempio precedente possiamo scrivere:

$$0,4 = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{16}{40} = \frac{144}{360}$$

Ogni numero razionale ha frazioni equivalenti che lo rappresentano.

Data una frazione $\frac{a}{b}$, per ottenerne una ad essa equivalente,

si moltiplicano per uno stesso numero diverso da zero (o si dividono per divisori comuni) numeratore e denominatore della frazione.

Esempi:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} \quad \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{16}{40} \quad \frac{16}{40} = \frac{16 : 4}{40 : 4} = \frac{4}{10}$$

In generale:

$$\frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{n \cdot b} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

Completa:

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{\dots} \quad \frac{5}{15} = \frac{1}{\dots} \quad \frac{1}{2} = \frac{5}{\dots} \quad \frac{9}{12} = \frac{\dots}{4} \quad 3 = \frac{\dots}{5}$$

Ricorda:

Tutte le frazioni aventi numeratore e denominatore primi tra loro si dicono **frazioni ridotte ai minimi termini**.

Esempio: la frazione $\frac{2}{5}$ è ridotta ai minimi termini, mentre $\frac{4}{10}$ non lo è dato che può essere **semplificata** dividendo numeratore e denominatore per 2.

Riduci le seguenti frazioni ai minimi termini:

$$\frac{12}{36} \quad \frac{192}{216}$$

$$\frac{15}{35} \quad \frac{40}{100}$$

$$\frac{20}{50} \quad \frac{96}{144}$$

$$\frac{75}{165} \quad \frac{165}{195}$$

$$\frac{49}{343} \quad \frac{96}{144}$$

$$\frac{48}{60} \quad \frac{360}{504}$$

$$\frac{12}{84} \quad \frac{990}{630}$$

Addizione e sottrazione, moltiplicazione, divisione, potenza di frazioni

Ricorda:

1. Si possono addizionare (o sottrarre) solo frazioni che hanno lo stesso denominatore.

Esempi:

$$\frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10} \quad \frac{2}{10} - \frac{5}{10} = -\frac{3}{10} \quad \frac{3}{5} + \frac{7}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

2. Per addizionare (o sottrarre) due frazioni con denominatori diversi occorre sostituire ciascuna di esse con una frazione equivalente avente lo stesso denominatore dell'altra.

Esempi:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \quad \frac{5}{6} + \frac{13}{10} = \frac{25}{30} + \frac{39}{30} = \frac{64}{30} \quad \frac{10}{7} - \frac{3}{5} = \frac{50}{35} - \frac{21}{35} = \frac{29}{35}$$

Non è importante quale denominatore si sceglie, basta che sia lo stesso per tutte e due le frazioni che si vogliono addizionare (o sottrarre). Spesso è comodo scegliere il minimo comune multiplo dei denominatori di partenza.

3. Se nel calcolo compare un numero intero, questo viene interpretato come frazione con denominatore 1.

Esempi:

$$3 + \frac{1}{3} = \frac{3}{1} + \frac{1}{3} = \frac{9}{3} + \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \qquad \frac{5}{2} - 7 = \frac{5}{2} - \frac{7}{1} = \frac{5}{2} - \frac{14}{2} = -\frac{9}{2}$$

4. Se del caso prima di eseguire il calcolo conviene ridurre le frazioni ai minimi termini.

5. Di solito si usa ridurre il risultato ai minimi termini.

Esegui:

Attività 1: eccoti alcune addizioni tra frazioni risolte in diversi modi. Verifica che ogni soluzione è corretta e scegli quella che ritieni più "semplice".

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$

Soluzione 1: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{32}{64} + \frac{16}{64} + \frac{8}{64} = \frac{56}{64} = \frac{7}{8}$

Soluzione 2: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

b) $\frac{20}{60} + \frac{5}{25} + \frac{8}{48} =$

Soluzione 1: $\frac{20}{60} + \frac{5}{25} + \frac{8}{48} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{10}{30} + \frac{6}{30} + \frac{5}{30} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$

Soluzione 2: $\frac{20}{60} + \frac{5}{25} + \frac{8}{48} = \frac{24000}{72000} + \frac{14400}{72000} + \frac{12000}{72000} = \frac{50400}{72000} = \frac{504}{720} = \frac{252}{360} =$
 $= \frac{84}{120} = \frac{42}{60} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$

Attività 2: calcola.

c) $\frac{5}{6} + \frac{11}{12} =$

d) $\frac{19}{20} + \frac{3}{4} =$

e) $\frac{9}{12} - \frac{2}{3} =$

f) $\frac{17}{24} - \frac{5}{8} =$

g) $\frac{10}{20} + \frac{7}{4} =$

h) $\frac{9}{15} - \frac{1}{2} =$

i) $3 - \frac{5}{8} =$

j) $\frac{9}{15} - \frac{3}{4} =$

k) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} =$

l) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5} =$

m) $\frac{2}{3} + \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{4}\right) =$

n) $\frac{40}{96} - \left(4 - \frac{55}{15}\right) =$

Esegui le seguenti addizioni:

1. $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} =$

7. $\frac{3}{2} + \frac{8}{3} =$

13. $\frac{6}{7} + 2 =$

2. $\frac{2}{5} + \frac{3}{2} =$

8. $\frac{4}{5} + \frac{2}{6} =$

14. $\frac{3}{10} + 4 =$

3. $\frac{6}{5} + \frac{1}{3} =$

9. $\frac{12}{5} + \frac{1}{7} =$

15. $\frac{7}{3} + 3 =$

4. $\frac{1}{6} + \frac{3}{2} =$

10. $1 + \frac{1}{2} =$

16. $\frac{10}{7} + \frac{3}{14} =$

5. $\frac{4}{5} + \frac{2}{3} =$

11. $\frac{2}{3} + 1 =$

17. $\frac{18}{5} + 1 =$

6. $\frac{7}{3} + \frac{2}{7} =$

12. $3 + \frac{1}{5} =$

18. $\frac{7}{18} + \frac{7}{6} =$

Esegui le seguenti sottrazioni:

19. $1 - \frac{1}{2} =$

25. $\frac{5}{3} - \frac{1}{2} =$

31. $2 - \frac{1}{4} =$

20. $\frac{3}{2} - \frac{1}{3} =$

26. $\frac{8}{3} - \frac{2}{5} =$

32. $\frac{5}{3} - 1 =$

21. $\frac{8}{3} - \frac{5}{2} =$

27. $\frac{5}{2} - \frac{2}{3} =$

33. $4 - \frac{1}{8} =$

22. $3 - \frac{2}{3} =$

28. $2 - \frac{2}{5} =$

34. $\frac{7}{2} - 2 =$

23. $\frac{6}{5} - \frac{1}{3} =$

29. $\frac{8}{5} - \frac{1}{6} =$

35. $\frac{10}{3} - 1 =$

24. $\frac{4}{3} - \frac{1}{2} =$

30. $\frac{11}{5} - \frac{1}{8} =$

36. $3 - \frac{7}{3} =$

Esegui le seguenti moltiplicazioni:

$$37. \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{2} =$$

$$38. \frac{7}{3} \cdot \frac{6}{7} =$$

$$39. \frac{6}{5} \cdot \frac{15}{18} =$$

$$40. \frac{21}{8} \cdot \frac{4}{7} =$$

$$41. \frac{12}{14} \cdot \frac{7}{6} =$$

$$42. \frac{17}{9} \cdot \frac{3}{2} =$$

$$43. \frac{13}{3} \cdot \frac{9}{3} =$$

$$44. \frac{24}{12} \cdot \frac{3}{8} =$$

$$45. \frac{11}{5} \cdot \frac{6}{33} =$$

$$46. 4 \cdot \frac{7}{2} =$$

$$47. \frac{15}{8} \cdot 2 =$$

$$48. 6 \cdot \frac{5}{36} =$$

$$49. \frac{9}{7} \cdot 28 =$$

$$50. \frac{8}{32} \cdot 2 =$$

$$51. \frac{49}{7} \cdot 7 =$$

$$52. \frac{23}{15} \cdot \frac{5}{23} =$$

$$53. \frac{7}{15} \cdot \frac{30}{7} =$$

$$54. \frac{6}{25} \cdot \frac{25}{2} =$$

Esegui le seguenti divisioni:

$$55. \frac{1}{4} : \frac{3}{4} =$$

$$56. \frac{3}{2} : \frac{6}{5} =$$

$$57. \frac{4}{5} : \frac{2}{10} =$$

$$58. \frac{3}{2} : \frac{9}{4} =$$

$$59. \frac{7}{6} : \frac{5}{12} =$$

$$60. \frac{3}{5} : \frac{6}{20} =$$

$$61. \frac{8}{3} : \frac{16}{9} =$$

$$62. \frac{5}{2} : \frac{10}{4} =$$

$$63. \frac{14}{5} : \frac{21}{15} =$$

$$64. \frac{13}{5} : \frac{13}{10} =$$

$$65. 2 : \frac{4}{3} =$$

$$66. \frac{8}{3} : 6 =$$

$$67. 5 : \frac{10}{2} =$$

$$68. \frac{16}{5} : 8 =$$

$$69. \frac{22}{2} : 11 =$$

$$70. \frac{1}{8} : 2 =$$

$$71. \frac{6}{7} : \frac{12}{14} =$$

$$72. \frac{3}{14} : 6 =$$

Calcola le seguenti potenze:

$$73. \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$$

$$74. \left(\frac{4}{5}\right)^2 =$$

$$75. \left(\frac{9}{4}\right)^0 =$$

$$76. \left(\frac{7}{6}\right)^1 =$$

$$77. \left(\frac{3}{5}\right)^2 =$$

$$78. \left(\frac{8}{3}\right)^2 =$$

$$79. \left(\frac{5}{2}\right)^3 =$$

$$80. \left(\frac{21}{15}\right)^1 =$$

$$81. \left(\frac{13}{10}\right)^2 =$$

$$82. \left(\frac{4}{3}\right)^3 =$$

$$83. \left(\frac{5}{3}\right)^2 =$$

$$84. \left(\frac{10}{2}\right)^3 =$$

$$85. \left(\frac{16}{5}\right)^1 =$$

$$86. \left(\frac{4}{2}\right)^4 =$$

$$87. \left(\frac{1}{8}\right)^3 =$$

$$88. \left(\frac{6}{9}\right)^4 =$$

$$89. \left(\frac{3}{6}\right)^6 =$$

$$90. \left(\frac{5}{10}\right)^5 =$$

Calcola:

$$-\frac{1}{3} + \frac{2}{5} =$$

$$-2 - \frac{1}{4} =$$

$$+\frac{1}{6} - \frac{10}{3} =$$

$$-\frac{4}{3} + \frac{1}{3} =$$

$$+\frac{3}{8} + \frac{12}{5} =$$

$$+2 + \frac{1}{5} =$$

$$-\frac{1}{9} - 1 =$$

$$+\frac{12}{24} - \frac{2}{2} =$$

$$11. \quad -1 + \frac{1}{5} + \frac{6}{7} =$$

$$12. \quad -\frac{1}{5} + \frac{7}{3} - 1 =$$

$$13. \quad +3 + \frac{5}{8} - \frac{8}{5} =$$

$$14. \quad -\frac{6}{15} + \frac{2}{9} - 2 =$$

$$15. \quad +\frac{3}{4} - 2 + \frac{11}{3} =$$

$$16. \quad +\frac{7}{2} + \frac{3}{8} - 6 =$$

$$17. \quad -\frac{1}{8} + \frac{2}{13} - \frac{3}{12} =$$

$$18. \quad -\frac{1}{7} - 1 - \frac{1}{14} =$$

$$\left(+\frac{1}{3}\right) : \left(+\frac{1}{6}\right) =$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) : \left(+\frac{3}{2}\right) =$$

$$\left(+\frac{4}{5}\right) : \left(-\frac{8}{5}\right) =$$

$$\left(+\frac{7}{15}\right) : \left(+\frac{7}{10}\right) =$$

$$\left(-\frac{9}{2}\right) : \left(-\frac{18}{7}\right) =$$

$$\left(+\frac{17}{9}\right) : \left(+\frac{34}{18}\right) =$$

$$\left(+\frac{8}{9}\right) : \left(-\frac{16}{3}\right) =$$

$$\left(-\frac{7}{9}\right) : \left(+\frac{21}{9}\right) =$$

$$\left(+\frac{15}{4}\right) : \left(+\frac{25}{8}\right) =$$

$$\left(-\frac{4}{45}\right) : \left(+\frac{28}{50}\right) =$$

$$\left(-\frac{1}{4}\right) \cdot (-2) =$$

$$(+4) \cdot \left(+\frac{9}{4}\right) =$$

$$(+5) \cdot \left(-\frac{6}{10}\right) =$$

$$\left(+\frac{5}{4}\right) \cdot (-2) =$$

$$(-8) \cdot \left(-\frac{15}{32}\right) =$$

$$\left(+\frac{19}{14}\right) \cdot (-42) =$$

$$\left(-\frac{1}{14}\right) \cdot (+28) =$$

$$\left(-\frac{72}{36}\right) \cdot (-1) =$$

$$\left(-\frac{22}{77}\right) \cdot \left(-\frac{11}{44}\right) =$$

$$\left(+\frac{1}{3}\right)^1 =$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$\left(+\frac{1}{3}\right)^3 =$$

$$\left(-\frac{5}{5}\right)^8 =$$

$$\left(-\frac{7}{5}\right)^0 =$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^1 =$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^2 =$$

$$\left(+\frac{7}{5}\right)^2 =$$

$$\left(-\frac{4}{3}\right)^3 =$$

$$\left(-\frac{22}{88}\right)^3 =$$

Espressioni con le frazioni e le proprietà delle potenze

1. $\left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{27} =$ $\left[\frac{7}{3}\right]$
2. $\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{3} =$ $\left[\frac{5}{6}\right]$
3. $\left(\frac{3}{4} + 1\right)^2 : \left(\frac{7}{2} - 2\right)^2 =$ $\left[\frac{49}{36}\right]$
4. $1 - \left(\frac{2}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^2 : \left(\frac{2}{7}\right)^4 =$ $\left[\frac{5}{7}\right]$
5. $\frac{3}{2} - \left(1 - \frac{1}{4}\right)^2 : \frac{3}{4} =$ $\left[\frac{3}{4}\right]$
6. $\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right)^4 : \left(\frac{11}{12}\right)^3 - \frac{3}{4} =$ $\left[\frac{1}{6}\right]$
7. $\frac{5}{2} + \left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 : \left(\frac{4}{5}\right)^4 =$ $\left[\frac{33}{10}\right]$
8. $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{15}{2}\right)^2 + 1 =$ $[37]$
9. $\left(\frac{9}{14}\right)^3 \cdot \left(\frac{42}{81}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 =$ $\left[\frac{1}{8}\right]$
10. $\left(\frac{11}{6}\right)^3 : \left(\frac{22}{6}\right)^3 + \left(\frac{14}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{28}\right)^3 =$ $\left[\frac{1}{4}\right]$
11. $1 - \left[\left(\frac{1}{3}\right)^1\right]^3 - \left(\frac{8}{27}\right)^4 : \left(\frac{8}{27}\right)^3 =$

Percentuali

15 % è detta la forma percentuale della frazione $\frac{15}{100}$ o del numero decimale

Dire che in una scuola il 15% degli allievi pratica il calcio significa che

.....

Significa anche che in quella scuola ci sono 100 allievi?

.....

Se gli allievi fossero 200, quanti di loro giocherebbero a calcio?

.....

E se fossero 60?

.....

Nella forma percentuale si può parlare del 42,5 % . Trasformalo in frazione e in numero decimale:

.....

Ha senso parlare del 150 % ? Fai un esempio:

.....

.....

Esercizio: Scrivi le seguenti percentuali sotto forma di frazioni ridotte ai minimi termini:

$$50\% = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$25\% = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$75\% = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$20\% = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$60\% = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$37\% = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$150\% = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$220\% = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

Dato che le percentuali sono frazioni, per risolvere i problemi relativi alle percentuali possiamo utilizzare il metodo già visto con gli operatori diretti e inversi:

a) "Calcola il 20 % di 15 Fr "

In questo problema cerco, quindi:

$$20 \% \text{ di } 15 = \frac{20}{100} \text{ di } 15 = \dots\dots\dots$$

Risposta: Il 20 % di 15 Fr sono

b) "Il 15% delle palline contenute in una scatola sono verdi. Quante palline ci sono in tutto se quelle verdi sono 54 "

In questo problema cerco, quindi:

Se n è

significa che 15 % di n = 54 , scritto in frazione

.....

che si risolve

.....

Risposta: In totale ci sono

.....

c) "Allo spettacolo di un circo assistono 150 persone, di cui 90 bambini. Qual è dunque la percentuale dei bambini presenti? "

In questo problema cerco, quindi:

$$p \text{ di } 150 = 90 \quad \dots\dots\dots \quad p = \dots\dots\dots$$

Risposta: I bambini presenti sono il percento

Trova la frazione generatrice di questi numeri

$$0,5 \qquad 0,\bar{8} \qquad 0,0\bar{2}$$

$$0,8 \qquad 0,\overline{03} \qquad 0,0\bar{3}$$

$$0,9 \qquad 0,\overline{08} \qquad 0,0\bar{4}$$

$$0,12 \qquad 0,\overline{12} \qquad 0,0\bar{6}$$

$$0,15 \qquad 0,\overline{27} \qquad 0,0\bar{8}$$

$$0,25 \qquad 0,\overline{38} \qquad 0,1\bar{2}$$

$$0,38 \qquad 0,\overline{51} \qquad 0,1\bar{3}$$

4. Equivalenze

Misure di lunghezza:

$$12 \text{ cm} = \dots \text{ km} = \dots \text{ dm} = \dots \text{ dam} = \dots \text{ mm}$$

$$1,32 \text{ km} = \dots \text{ cm} = \dots \text{ hm} = \dots \text{ dm} = \dots \text{ dam}$$

$$322 \text{ hm} = \dots \text{ km} = \dots \text{ cm} = \dots \text{ mm} = \dots \text{ dam}$$

misure di massa:

$$65 \text{ cg} = \dots \text{ kg} = \dots \text{ dg} = \dots \text{ dag} = \dots \text{ mg}$$

$$8,3 \text{ kg} = \dots \text{ cg} = \dots \text{ dag} = \dots \text{ hg} = \dots \text{ dg}$$

$$512 \text{ hg} = \dots \text{ kg} = \dots \text{ dag} = \dots \text{ cg} = \dots \text{ mg}$$

misure di superficie

$$27 \text{ cm}^2 = \dots \text{ dam}^2 = \dots \text{ m}^2 = \dots \text{ dm}^2 = \dots \text{ mm}^2$$

$$0,038 \text{ dam}^2 = \dots \text{ m}^2 = \dots \text{ cm}^2 = \dots \text{ dm}^2 = \dots \text{ hm}^2$$

$$245\,000 \text{ dm}^2 = \dots \text{ hm}^2 = \dots \text{ km}^2 = \dots \text{ dam}^2 = \dots \text{ m}^2$$

misure di volume

$$60\,000\text{ m}^3 = \dots\dots\text{mm}^3 = \dots\dots\text{hm}^3 = \dots\dots\text{dam}^3 = \dots\dots\text{cm}^3$$

$$0,0083\text{ cm}^3 = \dots\dots\text{dam}^3 = \dots\dots\text{dm}^3 = \dots\dots\text{km}^3 = \dots\dots\text{mm}^3$$

$$680\text{ dm}^3 = \dots\dots\text{m}^3 = \dots\dots\text{dam}^3 = \dots\dots\text{hm}^3 = \dots\dots\text{mm}^3$$

Misure di capacità

$$77\text{ ml} = \dots\dots\dots\text{ dl}$$

$$17\text{ dl} = \dots\dots\dots\text{ hl}$$

$$25\text{ dal} = \dots\dots\dots\text{ dl}$$

$$44\text{ l} = \dots\dots\dots\text{ dal}$$

$$0,7\text{ hl} = \dots\dots\dots\text{ l}$$

$$0,34\text{ dal} = \dots\dots\dots\text{ cl}$$

Misure di tempo

$$3\text{ anni} = \dots\dots\dots\text{ mesi}$$

$$2\text{ mesi} = \dots\dots\dots\text{ d}$$

$$6\text{ d} = \dots\dots\dots\text{ h}$$

$$180\text{ s} = \dots\dots\dots\text{ min}$$

$$96\text{ h} = \dots\dots\dots\text{ d}$$

$$120\text{ min} = \dots\dots\dots\text{ h}$$

$$4\text{ h} = \dots\dots\dots\text{ min}$$